

19. Анализ геометрических утверждений

(122 утверждения)

Верные утверждения:

1. Любой квадрат является прямоугольником. (*верно*: так как квадрат удовлетворяет всем признакам прямоугольника)
2. Все углы прямоугольника равны. (*верно*: все углы прямоугольника равны 90°)
3. Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон. (*верно*: смежные стороны квадрата – это его длина и ширина, и его площадь равна произведению этих сторон)
4. Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон. (*верно*: смежные стороны прямоугольника – это его длина и ширина, и его площадь равна произведению этих сторон)
5. Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон. (*верно*: площадь треугольника равна половине произведения высоты на основание, а высота всегда меньше длины оставшихся двух сторон)
6. Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне. (*верно*: так как ромб — это частный случай параллелограмма и его площадь есть произведение его стороны на высоту, проведённую к этой стороне)
7. Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними. (*верно*: площадь ромба можно найти по этой формуле)
8. Если в ромбе один из углов равен 90 градусам, то этот ромб является квадратом. (*верно*: ромб – частный случай параллелограмма, поэтому если один из углов равен 90° то и все остальные углы также равны 90° , при этом квадрат – частный случай ромба, у которого все углы по 90°)
9. Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом. (*верно*: по свойству параллелограмма его противоположные стороны равны, а по условию равны и соседние стороны, получается, это параллелограмм со всеми равными сторонами, и это ромб по определению)
10. В параллелограмме есть два равных угла. (*верно*: в параллелограмме есть две пары противоположных равных углов)
11. Основания любой трапеции параллельны. (*верно*: по определению трапеция – четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две стороны не параллельны)
12. Средняя линия трапеции параллельна её основаниям. (*верно*: по признаку трапеции: средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме)

13. Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований. (верно: по признаку трапеции: средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме)
14. В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла. (верно: в прямоугольной трапеции одна боковая сторона перпендикулярна основаниям, поэтому углы между ней и основаниями равны 90°)
15. Диагонали ромба перпендикулярны. (верно: по свойству ромба если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то этот параллелограмм является ромбом)
16. Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то этот параллелограмм является ромбом. (верно: по свойству ромба если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то этот параллелограмм является ромбом)
17. Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны. (верно: если диагонали прямоугольника перпендикулярны, то этот прямоугольник является *квадратом*)
18. Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам. (верно: по свойству параллелограмма его диагонали точкой пересечения делятся пополам, а *ромб – частный случай параллелограмма*)
19. Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам. (верно: по свойству параллелограмма его диагонали точкой пересечения делятся пополам, а *прямоугольник – частный случай параллелограмма*)
20. Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника. (верно: так как противоположные стороны параллелограмма равны, а диагональ для двух получившихся треугольников общая, то такие треугольники *равны по трём сторонам*)
21. Если диагонали параллелограмма равны, то это прямоугольник. (верно: если диагонали в параллелограмме равны – он является прямоугольником)
22. Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм является квадратом. (верно: если диагонали в параллелограмме равны – он является прямоугольником; если диагонали прямоугольника перпендикулярны – он является квадратом)
23. Диагонали равнобедренной трапеции равны. (верно: по свойству равнобедренной трапеции, её диагонали равны)
24. Существуют три прямые, которые проходят через одну точку. (верно: через одну точку можно провести бесконечное число прямых)
25. Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой. (верно: это одна из аксиом планиметрии, причем такая прямая единственна)

26. Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой. (*верно*: это одна из аксиом планиметрии, причем такая прямая – единственна)
27. Две различные прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны. (*верно*: по теореме: два перпендикуляра к одной прямой параллельны)
28. Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка. (*верно*: по свойству серединного перпендикуляра: любая точка, лежащая на серединном перпендикуляре, равноудалена от концов отрезка)
29. Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла. (*верно*: так как биссектриса делит угол пополам, то расстояние от неё до противоположных сторон угла будет одинаковым)
30. Вертикальные углы равны. (*верно*: по свойству вертикальных углов)
31. Внешний угол треугольника больше не смежного с ним внутреннего угла. (*верно*, внешний угол треугольника больше каждого внутреннего угла, не смежного с ним – теорема о внешнем угле треугольника)
32. В остроугольном треугольнике все углы острые. (*верно*: по определению остроугольного треугольника)
33. В любом тупоугольном треугольнике есть острый угол. (*верно*: так как градусная мера тупого угла больше 90° и сумма углов треугольника равна 180° то сумма двух оставшихся углов будет меньше, чем $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, значит, градусная мера каждого из двух углов меньше 90° , то есть они острые)
34. Всякий равносторонний треугольник является остроугольным. (*верно*: в равностороннем треугольнике все углы равны 60° , это острые углы)
35. Всякий равносторонний треугольник является равнобедренным. (*верно*: в равностороннем треугольнике все стороны равны, значит попарно они равны тоже, такой треугольник можно считать равнобедренным)
36. В треугольнике против бóльшего угла лежит бóльшая сторона. (*верно*: по теореме о соотношении сторон и углов: против бóльшей стороны лежит бóльший угол, против бóльшего угла лежит бóльшая сторона)
37. Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует. (*верно*: по неравенству треугольника: длина любой стороны треугольника всегда меньше суммы длин двух его других сторон)
38. Один из углов треугольника всегда не превышает 60° градусов. (*верно*: если в треугольнике нет угла, который не превышает 60° то все углы треугольника больше 60° значит, *сумма углов* этого треугольника *больше* $3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$, это противоречит тому, что сумма всех углов треугольника равна 180° , следовательно, в треугольнике всегда есть угол, который не превышает 60°)

39. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам. (верно: в треугольнике сумма всех углов равна 180° , в прямоугольном треугольнике прямой угол 90° значит, сумма двух других $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$)
40. Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам. (верно, сумма углов любого треугольника равна 180 градусам)
41. Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360 градусам. (верно: сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n-2) \times 180$ градусов, значит, сумма углов выпуклого четырёхугольника равна $(4-2) \times 180 = 360$ градусов)
42. Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов. (верно: по неравенству треугольника: длина любой стороны треугольника всегда меньше суммы длин двух его других сторон)
43. Все высоты равностороннего треугольника равны. (верно: признак равностороннего треугольника: каждая его высота является также медианой и биссектрисой, и они равны между собой)
44. Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны. (верно: по второму признаку подобия)
45. Любые два равносторонних треугольника подобны. (верно: в равносторонних треугольниках все углы 60° , поэтому они подобны по второму признаку подобия: если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны)
46. Все равносторонние треугольники подобны. (верно: все их углы по 60° , следовательно, они подобны по второму признаку подобия: если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны)
47. Все диаметры окружности равны между собой. (верно: каждый диаметр равен удвоенному радиусу окружности, значит, все диаметры равны)
48. Любые два диаметра окружности пересекаются. (верно: все диаметры окружности проходят через центр окружности, этот центр и есть точка пересечения диаметров)
49. Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу. (верно: по определению радиус – это расстояние от центра окружности до любой точки, лежащей на окружности)
50. Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания. (верно: по теореме о касательной и радиусе: касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания)
51. Любой прямоугольник можно вписать в окружность. (верно: выпуклый четырёхугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда сумма противоположных углов этого четырёхугольника равна 180° , а в любом прямоугольнике сумма противоположных углов равна 180°)

52. В любой ромб можно вписать окружность. (*верно*: окружность можно вписать только в четырехугольник, у которого суммы длин противоположных сторон равны, а у ромба суммы противоположных сторон равны)
53. Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой. (*верно*: вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, всегда прямой)
54. Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают. (*верно*: если в треугольнике совпадают центры вписанной и описанной окружностей, то этот треугольник правильный, т.е. равносторонний)
55. Биссектрисы треугольника пересекаются в точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник. (*верно*: центр окружности, вписанной в треугольник – это точка пересечения биссектрис треугольника)
56. Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника. (*верно*: точка пересечения серединных перпендикуляров соответствует центру описанной вокруг треугольника окружности)
57. Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности. (*верно*: можно провести две касательные, перпендикулярные к радиусам в точках касания с окружностью)

Неверные утверждения:

1. Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую. (*неверно*: можно провести бесконечно много прямых)
2. Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны. (*неверно*: две прямые, *перпендикулярные* третьей прямой, параллельны)
3. Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны. (*неверно*: две прямые, перпендикулярные третьей прямой, *параллельны*)
4. Смежные углы всегда равны. (*неверно*: по свойству смежных углов их сумма равна 180° , и они могут быть равными только в случае, если каждый из них 90° , в остальных случаях углы не равны)
5. Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой. (*неверно*: сумма смежных углов равна 180° , и оба угла могут быть 90°)
6. Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым. (*неверно*: сумма смежных углов равна 180° и, если угол острый (меньше 90°), то смежный с ним угол является тупым (больше 90°))
7. Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный. (*неверно*: остроугольным называется треугольник, у которого все углы меньше 90 градусов, т.е. все острые)

8. В тупоугольном треугольнике все углы тупые. (*неверно*: так как сумма углов треугольника равна 180° , а тупой угол превышает 90° , то сумма двух оставшихся углов меньше 90° , то есть они острые)
9. Всякий равнобедренный треугольник является остроугольным. (*неверно*: равнобедренный треугольник может быть и прямоугольным и тупоугольным)
10. Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует. (*неверно*: т.к. для того, чтобы существовал треугольник, *сумма любых его двух сторон должна быть больше третьей стороны*)
11. Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам. (*неверно*: сумма внутренних углов любого треугольника равна **180** градусам)
12. Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам. (*неверно*: сумма внутренних углов любого треугольника равна **180** градусам)
13. Внешний угол треугольника равен сумме его внутренних углов. (*неверно*: внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, *не смежных с ним*)
14. Существует квадрат, который не является прямоугольником. (*неверно*: квадрат – частный случай прямоугольника)
15. В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны. (*неверно*: диагонали перпендикулярны только у ромба и квадрата)
16. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов. (*неверно*: по теореме Пифагора в прямоугольном треугольнике *квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов*)
17. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме катетов. (*неверно*: в прямоугольном треугольнике *гипотенуза равна квадратному корню из суммы квадратов катетов*)
18. Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов. (*неверно*: площадь прямоугольного треугольника равна *половине* произведения длин его катетов)
19. Площадь квадрата равна произведению его диагоналей. (*неверно*: площадь квадрата равна *произведению двух его смежных сторон*)
20. Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон. (*неверно*: произведению длин сторон равна только площадь прямоугольника; площадь параллелограмма равна *произведению высоты и стороны, к которой проведена высота*)
21. Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом. (*неверно*: если диагонали параллелограмма равны, то он является *прямоугольником*)
22. Диагонали любого прямоугольника делят его на четыре равных треугольника. (*неверно*: равными будут только пары полученных треугольников)
23. Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника. (*неверно*: верным будет утверждение: «диагональ *параллелограмма* делит его на два равных треугольника»)

24. Диагональ равнобедренной трапеции делит её на два равных треугольника. (неверно: треугольники не будут равными)
25. Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам. (неверно: диагонали делятся точкой пересечения пополам в *параллелограмме*, а не в трапеции)
26. Диагонали прямоугольной трапеции равны. (неверно: равны диагонали *равнобедренной* трапеции)
27. Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является квадратом. (неверно: если диагонали параллелограмма равны, то он является *прямоугольником*, если диагонали параллелограмма *равны и перпендикулярны*, то этот параллелограмм является квадратом)
28. Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом. (неверно: это может быть просто выпуклый четырёхугольник; по признаку квадрата его диагонали не только равны и перпендикулярны, но и *делятся точкой пересечения пополам*)
29. Диагонали ромба равны. (неверно: диагонали у ромба равны только в частном случае ромба – квадрате)
30. Все углы ромба равны. (неверно: в ромбе *равны противоположные углы*; если в ромбе все углы равны, то такой ромб является квадратом)
31. Боковые стороны любой трапеции равны. (неверно: боковые стороны *равнобедренной* трапеции равны)
32. Основания равнобедренной трапеции равны. (неверно: в *равнобедренной* трапеции *равны боковые стороны*, основания равны не всегда)
33. Средняя линия трапеции равна сумме её оснований. (неверно: средняя линия трапеции равна полусумме её оснований)
34. Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны. (неверно: если две стороны *и угол между ними* одного треугольника соответственно равны двум сторонам и *углу между ними* другого треугольника, то такие треугольники равны; в данном случае не хватает равенства углов)
35. Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны. (неверно: если две стороны и *угол между ними* одного треугольника соответственно равны двум сторонам и *углу между ними* другого треугольника, то такие треугольники равны; в данном случае не указано, какие именно углы равны)
36. Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны. (неверно: один из признаков равенства треугольников: если три *стороны* одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны)
37. Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны. (неверно:

если *три стороны и два угла между ними* одного четырёхугольника соответственно равны трём сторонам и двум углам между ними другого, то такие четырёхугольники равны)

38. Все хорды одной окружности равны между собой. (*неверно*: так как длина хорды зависит от ее удаленности от центра окружности)
42. В любой четырёхугольник можно вписать окружность. (*неверно*: окружность можно вписать только в четырёхугольник, у которого *суммы длин противоположных сторон равны*)
43. В любой прямоугольник можно вписать окружность. (*неверно*: окружность можно вписать только в четырёхугольник, у которого *суммы длин противоположных сторон равны*)
44. Любой параллелограмм можно вписать в окружность. (*неверно*: четырёхугольник можно вписать в окружность, если сумма его противоположных углов равна 180° , а если сумма противоположных углов параллелограмма равна 180° , то такой параллелограмм – прямоугольник)
45. Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника. (*неверно*: центр описанной около *прямоугольного* треугольника окружности – *середина гипотенузы*, а центр описанной около *тупоугольного* треугольника окружности лежит *вне* треугольника)
46. Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания. (*неверно*: касательная к окружности *перпендикулярна* радиусу, проведённому в точку касания)
47. Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей. (*неверно*: расстояние от точки пересечения окружностей до центров каждой из окружностей равно радиусу соответствующей окружности; утверждение будет верно только в том случае, *если радиусы окружностей равны*)
48. Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности. (*неверно*: две окружности могут пересекаться, даже если их радиусы равны, а могут и вовсе не пересекаться)
49. Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу. (*неверно*: т. к. угол, вписанный в окружность, равен *половине соответствующего центрального угла, опирающегося на ту же дугу*)
50. Все квадраты имеют равные площади. (*неверно*: площадь квадрата зависит от длин его сторон)
51. Площадь прямоугольника равна произведению длин всех его сторон. (*неверно*: площадь прямоугольника *равна произведению длин смежных сторон*)
52. Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей. (*неверно*: площадь параллелограмма равна *половине произведения диагоналей на синус угла между ними*)

53. Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту. (неверно: площадь трапеции равна произведению *полусуммы оснований* на высоту)
54. Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия. (неверно: отношение площадей подобных треугольников равно *квадрату* коэффициента подобия)
55. Все прямоугольные треугольники подобны. (неверно, прямоугольные треугольники подобны, *если* они имеют по равному острому углу; катеты одного треугольника пропорциональны катетам другого; гипотенуза и катет одного треугольника пропорциональны гипотенузе и катету другого)
56. Все равнобедренные треугольники подобны. (неверно: признаки подобия равнобедренных треугольников: 1. если *угол между боковыми сторонами* одного равнобедренного треугольника равен углу между боковыми сторонами другого равнобедренного треугольника, 2. если *угол между основанием и боковой стороной* одного равнобедренного треугольника равен углу между основанием и боковой стороной другого равнобедренного треугольника, 3. если *основание и боковая сторона* одного равнобедренного треугольника пропорциональны основанию и боковой стороне другого равнобедренного треугольника)
57. Тангенс любого острого угла меньше единицы. (неверно: например, $\text{tg}60^\circ = \sqrt{3} > 1$)
61. Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету. (неверно: косинус угла – это, *наоборот*, отношение прилежащего к этому углу катета к гипотенузе)
62. Биссектриса треугольника делит пополам сторону, к которой проведена. (неверно: это определение медианы треугольника; *биссектриса делит пополам угол*, из вершины которого проведена)
63. Медиана треугольника делит пополам угол, из вершины которого проведена. (неверно: это определение биссектрисы; *медиана делит пополам сторону, к которой проведена*)
64. Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой. (неверно: в равнобедренном треугольнике биссектриса, *проведённая к основанию*, является высотой: биссектриса, проведённая к боковой стороне является высотой только в равностороннем треугольнике)
65. Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой. (неверно, верным будет утверждение «каждая из биссектрис *равностороннего* треугольника является его медианой»)